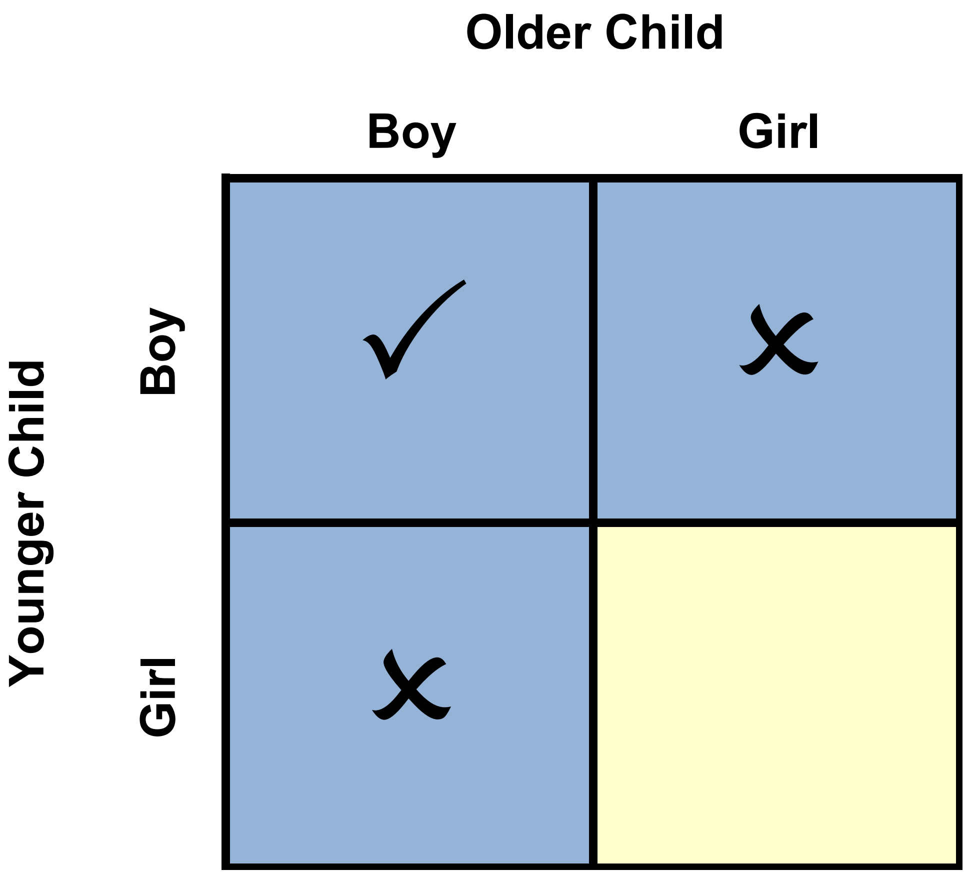
Zwei Kinder

- Wir betrachten (alle) Familien mit (genau) **zwei** Kindern.
- Wir fragen die Mutter einer zufällig ausgewählten Familie, ob sie mindestens einen Sohn hat.
- Sie antwortet mit «Ja».
- Was ist nun die **bedingte** Wahrscheinlichkeit, dass die Familie **zwei Söhne** hat?
- A) $1/2$
  B) $1/3$
  C) $1/4$

Lösung



- Ursprünglicher Grundraum besteht aus 4 Möglichkeiten.
- Wir bedingen auf die 3 Fälle, wo mindestens ein Sohn vorkommt (blau). Das ist unser «neuer» Grundraum.
- Wegen dem Laplace Modell sind alle 3 Fälle **gleich wahrscheinlich**.
- Es gibt nur einen «günstigen» Fall.
- Also ist die bedingte W'keit $1/3$.

Lösung

Oder formal:

$$P(2\ Söhne \mid mindestens\ 1\ Sohn)$$

$$= \frac{P(2\ Söhne\ \&\ mindestens\ 1\ Sohn)}{P(mindestens\ 1\ Sohn)} = \frac{P(2\ Söhne)}{P(mindestens\ 1\ Sohn)} = \frac{1/4}{3/4} = 1/3$$

Disjunktheit und Unabhängigkeit

- Seien A und B zwei disjunkte Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
  - A und B sind abhängig
  - A und B sind unabhängig
  - Es gibt zu wenig Information um zu entscheiden ob A und B (un)abhängig sind

Lösung

- Methode 1: Bestimmen Sie, ob $P(A \cap B) = P(A)P(B)$:
  - A und B sind disjunkt, also $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$.
  - Anderseits gilt $P(A)P(B) > 0$, weil $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$
  - Also $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$. Daraus schliessen wir, dass A und B abhängig sind.

- Methode 2: Bestimmen Sie, ob $P(B|A) = P(B)$:
  - A und B sind disjunkt. Also wenn gegeben ist, dass A eingetreten ist, sind wir sicher dass B nicht eintreten kann: $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = 0$.
  - Anderseits gilt $P(B) > 0$.
  - Also $P(B|A) \neq P(B)$. Daraus schliessen wir, dass A und B abhängig sind.

- Zum selber Überlegen:
  Würde sich die Antwort ändern wenn $P(A) \geq 0$ und $P(B) \geq 0$?